### Aufgabe 1A

Gegeben ist die in definierte Funktion mit

Abbildung 1 zeigt den Graphen von sowie den Punkt .

1. Der Graph von besitzt den Tiefpunkt .  
   Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph von keine weiteren Extrempunkte besitzt.  
    [4 BE]

Die Gerade durch die Punkte und wird mit bezeichnet.

1. Ermitteln Sie eine Gleichung von.

Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Tangente an den Graphen von im Punkt ist.  
[ Zur Kontrolle: Gleichung von ] [5 BE]

1. Der Graph von und die Tangente  schließen eine Fläche ein, die aus zwei Flächenstücken besteht.  
   Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. [6 BE]
2. Der Graph der in definierten Funktion kann aus dem Graphen von erzeugt werden. Der Punkt des Graphen von wird dabei aus dem Punkt des Graphen von erzeugt und für alle gilt mit .

Geben Sie in diesem Zusammenhang die Bedeutung von und an und  
berechnen Sie die Werte von und . [4 BE]

**Fortsetzung Aufgabe 1A**

Zwei Radfahrer starten gleichzeitig nebeneinander.  
Die Geschwindigkeit von Radfahrer  wird in den ersten  Sekunden nach dem Start durch die

Funktion  mit beschrieben. Die Geschwindigkeit von Radfahrer  wird in den ersten  Sekunden nach dem Start durch die in definierte Funktion

mit beschrieben.  
Dabei ist die seit dem Start vergangene Zeit in Sekunden und bzw. die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde.

1. Berechnen Sie die Geschwindigkeit von Radfahrer  drei Sekunden nach dem Start sowie den Zeitpunkt, zu dem er eine Geschwindigkeit von  erreicht. [4 BE]
2. Nach den ersten  Sekunden fährt Radfahrer  mit konstanter Geschwindigkeit.  
   Geben Sie diese konstante Geschwindigkeit an.  
   Zeigen Sie durch Rechnung, dass der zum Radfahrer  gehörende Graph in der Abbildung 2 an der Stelle eine waagerechte Tangente aufweist. [4 BE]

Nach dem Start gibt es genau einen Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeiten beider Radfahrer gleich groß sind. Im Modell wird dieser Zeitpunkt mit bezeichnet.

1. Berechnen Sie . [3 BE]
2. Es gibt genau einen Zeitpunkt in den ersten Sekunden nach dem Start, zu dem einer der beiden Radfahrer den anderen überholt.  
   Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Geschwindigkeit des schnelleren Radfahrers die Geschwindigkeit des langsameren Radfahrers zum Zeitpunkt des Überholens übersteigt. [5 BE]

### Aufgabe 1B

Ein mit Wasser befülltes Glas wird aus einem Kühlschrank genommen. Die anschließende Entwicklung der Wassertemperatur infolge der höheren Raumtemperatur lässt sich mithilfe der in definierten Funktion mit modellhaft beschreiben. Dabei ist die Zeit in Minuten, die seit der Entnahme aus dem Kühlschrank vergangen ist, und

die Wassertemperatur in . Die Raumtemperatur beträgt konstant .

1. Geben Sie die Wassertemperatur zum Zeitpunkt der Entnahme aus dem Kühlschrank an. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Wassertemperatur beträgt. [3 BE]
2. Berechnen Sie die Werte der folgenden Terme und

interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang:

1. [6 BE]

Gegeben ist die in definierte Funktion mit

. Der Graph von wird mit bezeichnet.

1. Begründen Sie anhand des Funktionsterms, dass der Funktionswert nur für positiv ist. [3 BE]
2. Die Gerade ist die Tangente an im Punkt .

Es gibt genau eine Tangente an , die zu senkrecht ist.

Geben Sie die notwendigen Schritte zur Berechnung einer Gleichung von an und erläutern Sie diese. [6 BE]

1. Berechnen Sie die Wendestellen von .

In einem der Wendepunkte von ist die Steigung von maximal.

Berechnen Sie den Wert der maximalen Steigung. [5 BE]

### Fortsetzung Aufgabe 1B

1. Für wird das Dreieck mit den Eckpunkten , und betrachtet. Für einen Wert von ist der Flächeninhalt des Dreiecks maximal.

Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt. [5 BE]



1. schließt mit der ‑Achse eine Fläche ein. Es gibt genau einen Punkt auf mit positiver ‑Koordinate, sodass die Gerade durch die Punkte und die Fläche in zwei Flächenstücke gleichen Inhalts teilt.

Geben Sie eine Gleichung an, mit der die ‑Koordinate von bestimmt werden kann.

Veranschaulichen Sie den Aufbau der Gleichung in Abbildung 2. [7 BE]

### Aufgabe 2A

Bei einer Studie über das Kaufverhalten von Kunden eines Baumarktes werden ausschließlich Kunden betrachtet, die sich registrieren ließen. Aus der Gruppe dieser Kunden wird eine Person zufällig ausgewählt. Betrachtet werden folgende Ereignisse:

: „Die Person ist sogenannter Treuekunde, d. h. sie ist bereits länger als fünf Jahre ein registrierter Kunde des Baumarktes.“

: „Die Person ist sogenannter Morgenkunde, d. h. sie kauft überwiegend vor  Uhr ein.“

Bei dieser Studie wurde festgestellt, dass aller Kunden Treuekunden und aller Kunden Morgenkunden sind.

1. Es gilt .

Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang. [2 BE]

1. Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. [3 BE]
2. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person entweder ein Treuekunde oder ein Morgenkunde ist. [2 BE]
3. Untersuchen Sie, ob die Ereignisse und stochastisch unabhängig sind. [3 BE]

Im Baumarkt wird ein Gewinnspiel mit einem Glücksrad angeboten. Das Glücksrad besteht aus gleich großen Sektoren, die jeweils entweder mit der Zahl  oder mit der Zahl  beschriftet sind. Bei diesem Gewinnspiel dreht eine Person zweimal das Glücksrad und kann dabei einen Rabatt gewinnen. Das Produkt der beiden erzielten Zahlen entspricht dem Rabatt in Prozent. Die Wahrscheinlichkeit dafür, in beiden Drehungen die Zahl  zu erzielen, beträgt und die Wahrscheinlichkeit dafür, den kleinstmöglichen Rabatt zu erzielen, beträgt .

1. Stellen Sie das dem Gewinnspiel zugrundeliegende Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. [3 BE]

### Fortsetzung Aufgabe 2A

1. Betrachtet werden sieben Personen, die nacheinander jeweils einmal am Gewinnspiel teilnehmen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau viermal der kleinstmögliche Rabatt erzielt wird und dies bei vier Personen unmittelbar hintereinander. [3 BE]

1. Die Geschäftsführung des Baumarkts setzt ein anderes Glücksrad ein, das ebenfalls zweimal gedreht wird. Dieses hat ebenfalls mehrere Sektoren, von denen einige mit der Zahl  und die anderen mit der Zahl  beschriftet sind. Durch Änderung der Größen der Sektoren kann jedoch die Wahrscheinlichkeit dafür, beim einmaligen Drehen die Zahl  zu erzielen, variiert werden. Der Rabatt, der einer Person beim nächsten Einkauf gewährt wird, wird auf gleiche Weise wie bisher ermittelt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit , wenn beim Glückspiel mit dem Glücksrad auf lange Sicht im Mittel ein Rabatt von erzielt werden soll. [4 BE]

### Aufgabe 2B

Eine umfassende Studie zu den Arbeits- und Lebensbedingungen von Studierenden einer Universität ergab, dass der Studierenden einen Laptop und einen Desktop‑PC besitzen. der Studierenden haben mindestens eines dieser beiden Endgeräte.

Unter den Studierenden der Universität wird eine Person zufällig ausgewählt und zum Besitz von digitalen Endgeräten befragt. Folgende Ereignisse werden betrachtet:

: „Die Person besitzt einen Laptop.“

: „Die Person besitzt einen Desktop‑PC.“

1. Zeigen Sie, dass gilt, und

geben Sie das zugrundeliegende Ereignis im Sachzusammenhang an. [3 BE]

1. Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die zufällig ausgewählte Person zwar einen Laptop, jedoch keinen Desktop‑PC besitzt. [4 BE]

1. Nun wird unter allen Befragten, die einen Desktop‑PC haben, eine Person zufällig ausgewählt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese einen Laptop besitzt. [2 BE]

In derselben Studie wurde auch festgestellt, dass der Besitzer von Laptops und Desktop‑PCs bei einem Software-Problem versuchen, dieses selbstständig zu lösen.

Unter den Besitzern dieser Endgeräte werden  Personen zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße beschreibt die Anzahl derjenigen unter diesen  Personen, die versuchen, ein Software-Problem selbstständig zu lösen. Dabei wirdals binomialverteilt angenommen.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens dieser  Personen bei einem Software-Problem versuchen, dieses selbstständig zu lösen. [2 BE]

### Fortsetzung Aufgabe 2B

1. Berechnen Sie den Erwartungswert von und

ermitteln Sie die kleinste mögliche natürliche Zahl , sodass gilt. [4 BE]

1. Für binomialverteilte Zufallsgrößen mit den Parametern

und ist in der Abbildung die Standardabweichung in Abhängigkeit von dargestellt.

Ergänzen Sie im dargestellten Koordinatensystem die Skalierungen der Achsen und

erläutern Sie Ihr Vorgehen. [5 BE]

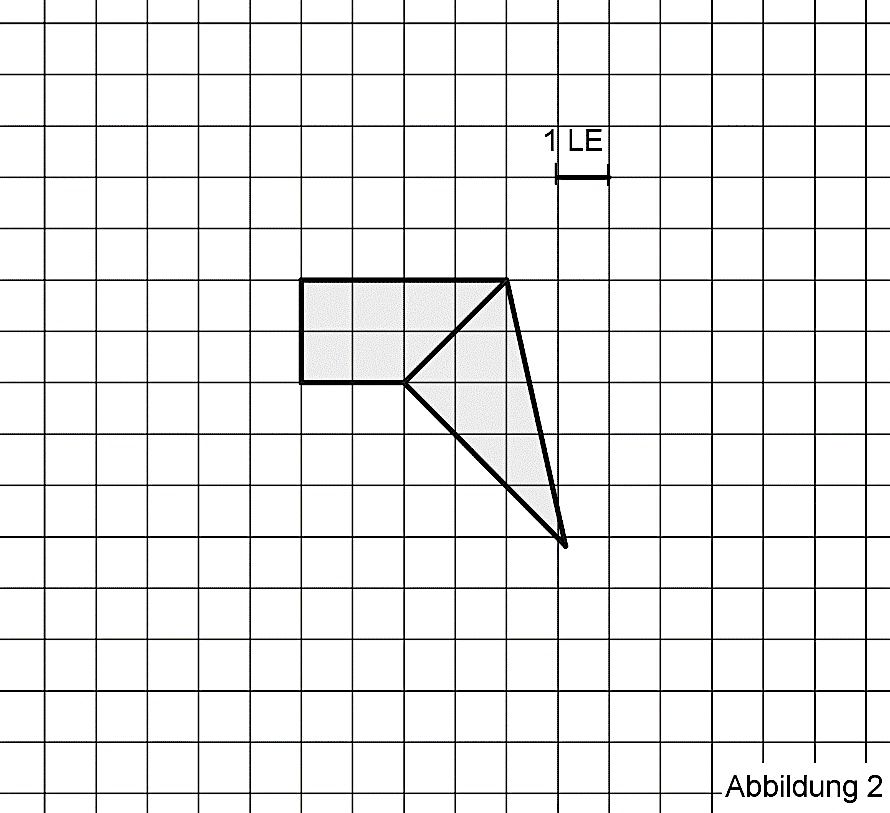
### Aufgabe 3A

Abbildung  zeigt die Pyramide mit , , , und .

a) Begründen Sie, dass die Grundfläche der Pyramide ein Trapez ist.

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide. [5 BE]

b) Zeigen Sie, dass das Dreieck im Punkt rechtwinklig ist. [2 BE]

1. In Abbildung  ist ein Teil eines Netzes der Pyramide dargestellt.

Ergänzen Sie Abbildung 2 so, dass ein vollständiges Netz der Pyramide dargestellt ist. [4 BE]

1. Untersuchen Sie, ob der Punkt in der Ebene liegt, in der die

Seitenfläche liegt. [4 BE]

### Fortsetzung Aufgabe 3A

1. Betrachtet werden die Würfel, von denen drei Seitenflächen in den drei Koordinatenebenen liegen. Abbildung 3 zeigt einen dieser Würfel.

Unter diesen Würfeln gibt es einen, bei dem ein Eckpunkt auf der Kante der Pyramide liegt.

Berechnen Sie die Kantenlänge dieses Würfels und

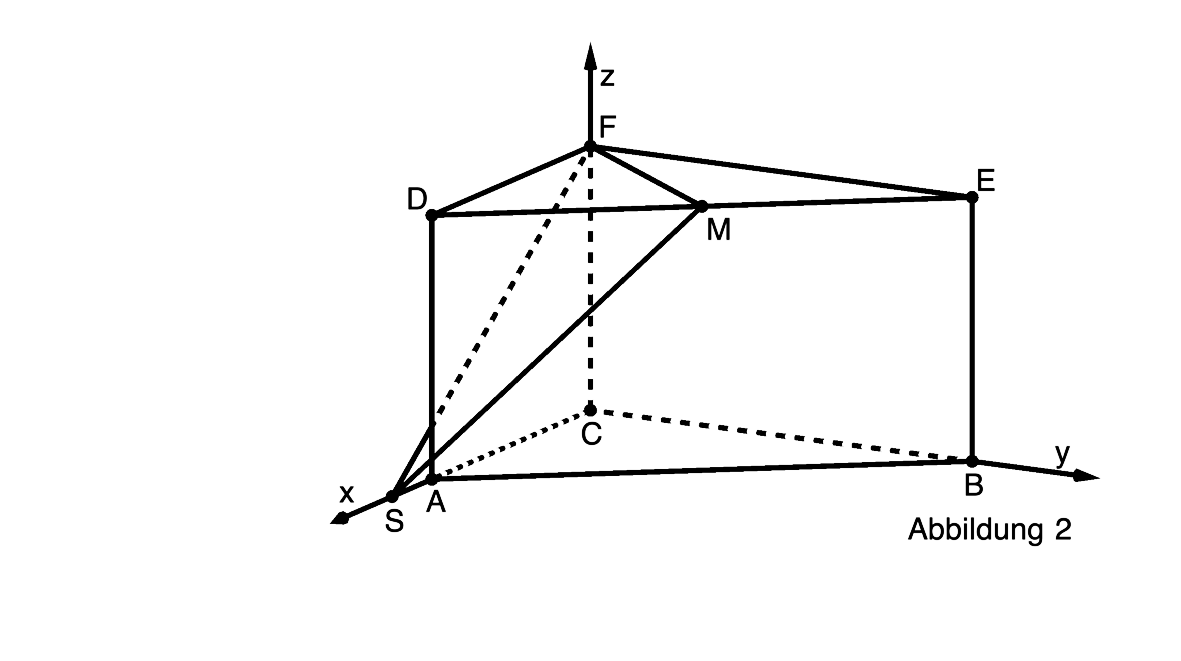
begründen Sie, dass kein Punkt dieses Würfels außerhalb der Pyramide liegt. [5 BE]

### Aufgabe 3B

Gegeben sind das gerade Prisma mit den Eckpunkten , , und sowie der Punkt

(vgl. Abbildung 1).

1. Berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche des Prismas. [4 BE]
2. Begründen Sie, dass die Punkte , und auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt liegen. [3 BE]
3. Berechnen Sie den Winkel, den die Strecke mit der ‑Achse einschließt. [3 BE]



Durch mit , ist die Ebene  gegeben. Die Punkte , und liegen in der Ebene  (vgl. Abbildung 2).

1. Im Folgenden sind zwei Schritte zum Lösen einer Aufgabe angegeben, die im Zusammenhang mit den betrachteten geometrischen Objekten steht:
2. mit

Geben Sie eine passende Aufgabenstellung an. [3 BE]

### Fortsetzung Aufgabe 3B

Anstelle des Punkts werden nun Punkte mit auf der ‑Achse betrachtet. Für jeden Wert von schneidet die Ebene durch die Punkte , und das Prisma in einem Vieleck.

1. Geben Sie die Anzahl der Ecken des Vielecks in Abhängigkeit von an. [4 BE]
2. Bestimmen Sie die beiden Werte von , für die das Dreieck rechtwinklig ist. [3 BE]